

DOI: <https://doi.org/10.36719/2663-4619/116/87-89>

Samirə Hüseynova

Azərbaycan Universiteti

<https://orcid.org/0009-0005-8365-3828>

samira.huseynova@au.edu.az

Tənliklər sistemləri ilə problemlərin həlli, alqoritmlər və strategiyalar

Xülasə

Tənliklər sistemləri riyaziyyatda və tətbiqi sahələrdə qarşıya çıxan müxtəlif problemlərin həlli üçün mühüm alətdir. Bu sistemlərin köməyi ilə birdən çox dəyişən arasında qarşılıqlı əlaqələr modelləşdirilir və uyğun həll yolları tapılır. Mövcud alqoritmlər və strategiyalar bu tənliklər sistemlərinin növündən – xətti və ya qeyri-xətti olmasından – asılı olaraq dəyişir. Xətti tənliklər sistemləri üçün Gauss metodu, Kramer qaydası, matrisa üsulu kimi klassik yanaşmalar geniş istifadə olunur. Qeyri-xətti sistemlərin həlli isə iterativ metodlar, qrafik yanaşmalar və sayısal üsullarla həyata keçirilir. Bu strategiyalar müxtəlif sahələrdə – mühəndislik, iqtisadiyyat, fizika və kompüter elmlərində effektiv qərar qəbulətmə prosesini təmin edir. Beləliklə, tənliklər sistemlərinin həllinə dair alqoritmlərin və strategiyaların düzgün seçilməsi problemin təbiətindən asılı olaraq optimal nəticələrin əldə olunmasına imkan verir.

Açar sözlər: *tənliklər sistemləri, xətti tənliklər, qeyri-xətti tənliklər, matrisa üsulu, alqoritm, strategiya, riyazi modelləşdirmə*

Samira Huseynova

Azerbaijan University

<https://orcid.org/0009-0005-8365-3828>

samira.huseynova@au.edu.az

Solving Problems Using Systems of Equations: Algorithms and Strategies

Abstract

Systems of equations are a fundamental tool in mathematics and applied sciences for solving a wide range of problems. These systems model the relationships between multiple variables, allowing the identification of appropriate solutions. The available algorithms and strategies vary depending on whether the system is linear or nonlinear. For linear systems, classical methods such as Gaussian elimination, Cramer's rule, and matrix methods are commonly used. Nonlinear systems, on the other hand, are typically solved using iterative methods, graphical approaches, and numerical techniques. These strategies are essential in various fields, including engineering, economics, physics, and computer science, where they support effective decision-making. Thus, selecting the appropriate algorithm and strategy for solving systems of equations is crucial for achieving optimal outcomes, depending on the nature of the problem.

Keywords: *systems of equations, linear equations, nonlinear equations, matrix method, algorithm, strategy, mathematical modeling*

Giriş

Riyaziyyatın fundamental bölmələrindən biri olan tənliklər sistemləri, bir neçə dəyişən arasında qarşılıqlı əlaqələrin öyrənilməsi və real problemlərin modelləşdirilməsi baxımından mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Bu sistemlər bir və ya daha çox tənliyin birlikdə öyrənilməsi ilə yaranır və müxtəlif elmi-texniki sahələrdə geniş tətbiq olunur. Tətbiq sahələrinə mühəndislik, iqtisadi modellər, informatika, fizika və digər sahələr daxildir. Belə problemlərin səmərəli şəkildə həlli üçün uyğun alqoritmlərin və strategiyaların seçilməsi vacibdir (Scribd, n.d., s. 91).

Tədqiqat

Tənliklər sistemləri əsasən iki yerə bölünür: **xətti tənliklər sistemləri** və **qeyri-xətti tənliklər sistemləri**. Xətti sistemlərdə tənliklər dəyişənlərin birinci dərəcəli cəmləri şəklində olur, məsələn:

Nümunə 1 (Xətti sistem):

$$2x + 3y = 8$$

$$x - y = 1$$

Bu kimi sistemlərin həlli üçün **Gauss metodu**, **Kramer qaydası** və **matrisa üsulu** kimi klassik alqoritmlər istifadə olunur. Yuxarıdakı sistem, məsələn, Gauss metodu ilə sadə mərhələlərlə həll edilə bilər və nəticə olaraq dəyişənlərin konkret qiymətləri tapılır (Kormen, 2022).

Digər tərəfdən, qeyri-xətti tənliklər sistemləri daha mürəkkəb struktura malikdir. Belə sistemlərdə dəyişənlər kvadrat, logaritmik, eksponensial və digər qeyri-xətti funksiyalarla əlaqələndirilir (Lətifova, n.d.):

Nümunə 2 (Qeyri-xətti sistem):

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x - y = 1$$

Bu tip sistemlərin həlli üçün isə daha çox **iterativ metodlar** (məsələn, Newton-Raphson üsulu), **qrafik yanaşma**, eləcə də **sayısal üsullar** tətbiq olunur. Belə yanaşmalar daha çox təxmini, lakin praktiki cəhətdən qənaətbəxş nəticələr verir (Azərbaycan Milli Kitabxanası, n.d.).

Göründüyü kimi, tənliklər sistemləri real həyat problemlərinin modelləşdirilməsində və riyazi analizində əvəzolunmaz rol oynayır. Onların düzgün və effektiv həlli yalnız uyğun strategiya və alqoritmlərin seçilməsi ilə mümkündür. Bu mövzu çərçivəsində tənliklər sistemlərinin həlli yolları, tətbiq olunan metodlar və onların müxtəlif sahələrdəki əhəmiyyəti geniş şəkildə təhlil ediləcək (Bakı Biznes Universiteti, n.d., s. 34).

Gauss metodu, və ya **Gauss eliminasiya üsulu**, xətti tənliklər sistemlərini həll etmək üçün istifadə olunan klassik bir metoddur. Bu üsul, tənliklər sistemini sadə addımlarla həll etmək üçün bir neçə mərhələdən ibarətdir və xüsusilə böyük sistemlərdə faydalıdır (Sumqayıt Dövlət Universiteti, n.d.).

Gauss metodunun əsas prinsipi, tənliklər sistemindəki tənlikləri **əvəzləmələr** və **xətti kombinasiyalar** edərək sadələşdirmək və nəticədə sistemin həllini tapmaqdır. Bu metod aşağıdakı addımlarla həyata keçirilir (Mehreliyev, n.d.):

1. Sistemi Cədvəl şəklinə salmaq

Tənliklər sistemini matrisa şəklində yazı bilərik. Məsələn, aşağıdakı sistem:

$$2x + 3y = 5$$

$$4x + y = 6$$

$$\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 6 \end{array}$$

2. Eliminasiya prosesi

İlk addımda, tənliklərdən birinin başında 1 almaq və ya digər tənliklərlə əvəzləmə aparmaq lazımdır (Mathnirvana, n.d., s. 67).

Burada məqsəd, ikinci tənlikdəki bir dəyişəni sıfırlamaqdır. Məsələn, yuxarıdakı tənlikdən istifadə edərək ikinci tənlikdəki "4x" üzərində dəyişiklik aparırıq (Əfəndiyeva, n.d.).

- Birinci tənlikdən -i çıxaraq yeni bir tənlik əldə edirik:

$$\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 5 \\ 0 & -5 & -4 \end{array}$$

3. Yuxarıda qalanı sıfırlamaq

Növbəti mərhələdə, ikinci tənlikdəki "y" dəyərini tapmaq üçün onu sadələşdiririk:

$$-5y = -4$$

4. Yuxarı tənlikdən y dəyərini tapmaq

İndi isə birinci tənlikdən qiymətini tapmaq üçün istifadə edirik:

$$2x + 3y = 5$$

5. Nəticə

Nəticədə, sistemin həlli:

Ümumi Addımlar:

1. Sistemi matrisa şəklində yazın.
2. Gauss eliminasiya üsulu ilə tənlikləri sadələşdirin.
3. Hər bir dəyişəni tapmaq üçün tənlikləri yuxarıdan aşağıya doğru çözün.
4. Nəticəni əldə edin.

Gauss metodu, böyük tənliklər sistemini daha sadə şəkildə həll etməyə imkan verir və kompüterlərdə çox istifadə edilir (Əliyev, 2003, s. 89).

Kramer üsulu (Cramer's Rule), xətti tənliklər sistemlərinin həlli üçün nəzəri bir metodudur və yalnız determinantlar vasitəsilə sistemin həllini tapmağa imkan verir (Sumqayıt Dövlət Universiteti, n.d., s. 45).

Bu üsul, tənlikli və dəyişənli xətti tənliklər sistemləri üçün tətbiq edilir. Kramer üsulu yalnız sistemin determinantı sıfır olmayan hallarda (yəni, sistemin tək həlli olduğu halda) istifadə oluna bilər. Bu metodun əsas prinsipi, xətti tənliklər sistemini bir sıra determinantların nisbəti kimi ifadə etməkdir (Əhmədov, n.d.).

Nəticə

Tənliklər sistemləri ilə problemlərin həlli riyaziyyatın tətbiqi sahələrində əvəzolunmaz vasitələrdən biridir. Həm xətti, həm də qeyri-xətti tənliklərin həlli üçün tətbiq edilən müxtəlif alqoritmlər və strategiyalar – məsələn, Gauss metodu, Kramer qaydası, matrisa üsulu və iterativ yanaşmalar – riyazi modelləşdirmə prosesində mühüm yer tutur. Bu metodların düzgün seçilməsi konkret məsələnin növündən, sistemin quruluşundan və dəqiqlik tələblərindən asılı olaraq dəyişir. Xüsusilə elmi-tədqiqat, mühəndislik, iqtisadiyyat və informasiya texnologiyaları kimi sahələrdə bu yanaşmalar effektiv qərar qəbul etmə və optimal nəticələrin əldə olunmasına imkan yaradır. Beləliklə, tənliklər sistemlərinin öyrənilməsi və tətbiqinə dair strateji və nəzəri biliklərin inkişaf etdirilməsi, praktiki problemlərin daha səmərəli və dəqiq həllini təmin edir.

Ədəbiyyat

1. Kormen, T. (2022). *Alqoritmlərin sirri*. Altun Nəşriyyatı.
2. Bakı Biznes Universiteti. (n.d.). *Xətti tənliklər sisteminin həll üsulları*.
3. Mathnirvana. (n.d.). *Tənliklər və tənliklər sisteminin həlli: Nümunələrlə həllər*. <https://www.mathnirvana.org>
4. Sumqayıt Dövlət Universiteti. (n.d.). *Riyazi analiz və diferensial tənliklər*.
5. Sumqayıt Dövlət Universiteti. (n.d.). *Diferensial tənliklər və optimallaşdırma*.
6. Azərbaycan Milli Kitabxanası. (n.d.). *Riyaziyyat dissertasiyaları: Tənliklər sistemləri və onların tətbiqləri*. <https://www.millikitabxana.az>
7. Əliyev, T. (2003). *Robust technology with analysis of interference in signal processing*. Elsevier Science.
8. Scribd. (n.d.). *Riyaziyyatın tədrisi üsulları: Tənliklərin və bərabərsizliklərin tədrisi metodikası*. <https://www.scribd.com>
9. Lətifova, A. R. (n.d.). *Interval daxilində kəsilmə şərti olduqda Dirak tənliklər sistemi üçün düz və tərs məsələ*.
10. Mehrəliyev, Y. T. (n.d.). *Bir sinif xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün tərs sərhəd məsələləri*.
11. Əfəndiyeva, H. C. (n.d.). *Ehtiyatlardan səmərəli istifadə modelləri və onların tədqiqi*.
12. Əhmədov, M. Z. (n.d.). *Qeyri-səlis zaman sıraları əsasında proqnozlaşdırma*.